【No.31】

ある消費者の効用関数が次のように与えられている。

u＝xy

ここで、u は効用水準、x は X 財の消費量、y は Y 財の消費量を表す。X 財の価格は４，Y 財の価格は 20 とする。このとき、消費者が 500 の効用水準を実現するために必要な所得の最小値はいくらか。

１．200

２．300

３．400

４．500

５．600

正答　２

所得を I とします。

公式より考えて、X 財、Y 財への支出額は $\frac{I}{2}$ づつになります。

このとき X 財価格は４より、消費量 $x=\frac{I}{8}$、Y 財価格は 20 より y＝$\frac{I}{40}$ です。

問題より u＝500 である必要があるから

500＝ｘｙ　よってｘ、ｙに代入すると

$$500=\frac{I}{8}\times\frac{I}{40}=\frac{I^2}{320}$$

$$I^2=160000$$

$$I=400$$

【No.32】
ある財の独占市場において、企業が利潤最大化行動をとるものとする。この企業の平均費用曲線（AC）は$AC = \frac{1}{2}x + 50$、市場需要曲線はｘ＝300－2p である。ここで、ｘは数量、ｐは価格を表す。このとき、均衡における財の価格はいくらか。

１．100
２．125
３．150
４．175
５．200

正答　２

利潤最大化ですから、利潤関数をもとめてそれから微分して０とおいて求めましょう。
TC＝AC×ｘ　より
$$TC = \left(\frac{1}{2}x + 50\right)x = \frac{1}{2}x^2 + 50x$$

次に需要曲線ｘ＝300－2p　だから
$$2p = 300 - x$$
$$p = 150 - \frac{x}{2}$$
これを利潤関数に代入して
$$\pi = \left(150 - \frac{x}{2}\right)x - \frac{1}{2}x^2 - 50x$$
$$= 150x - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x^2 - 50x$$
$$= -x^2 + 100x$$
微分して０とおくと
$$\frac{d\pi}{dx} = -2x + 100 = 0$$
$$x = 50$$
問題が聞いているのは価格なので
需要曲線に代入すると

$$p = 150 - \frac{50}{2} = 125$$

【No.33】

独占企業の直面する市場需要曲線が

$$x = \frac{6}{5}a - bp$$

で示されるとする。ここでｘは数量、ｐは価格を表し、a、ｂは定数である。独占均衡において、ラーナーの独占度（L）が $L = \frac{1}{5}$ であるとき、この企業が供給する数量はいくらか。

１．$\frac{1}{5}a$

２．$\frac{1}{5}b$

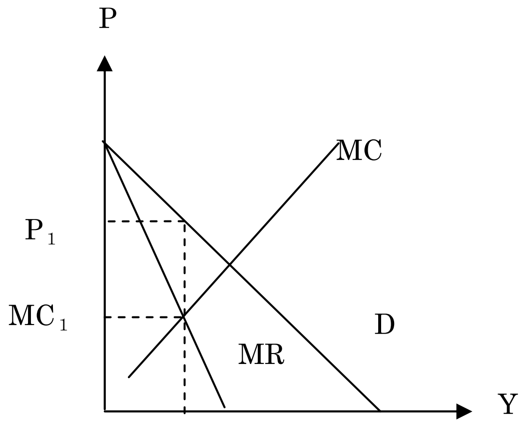
３．$\frac{a}{b}$

４．a

５．ｂ

正答　１

ラーナーの独占度は $\frac{P - MC}{P}$ ですね。これは需要の価格弾力性ｅの逆数 $\frac{1}{e}$ と等しくなることが知られています。



ようするところ価格のうち何%が MC よりも高くなった分か？ということですね。完全競争ならば MC 上で決まるはずなので、独占の場合ではどれくらい高くなるかというようなイメージでとらえてもいいです。

さて、このラーナーの独占度は弾力性の逆数としても知られていますので、今これが $\frac{1}{5}$ ということは、需要曲線の弾力性が 5 であると言うことです。

需要の価格弾力性 e は

$$e = \frac{p}{x} \times \frac{\Delta x}{\Delta p} \times (-1)$$ です。

需要曲線より

$$\frac{\Delta x}{\Delta p} = -b$$

また、需要曲線より

$$x = \frac{6}{5}a - bp$$

$$bp = \frac{6}{5}a - x$$

$$p = \frac{6a}{5b} - \frac{x}{b}$$

これを代入すると

$$e = \frac{\frac{6a}{5b} - \frac{x}{b}}{x} \times (-b) \times (-1)$$

$$= \frac{6a}{5x} - 1$$

これが５に等しいことより（ラーナーの独占どの逆数だから）

$$5=\frac{6a}{5x}-1$$

$$6=\frac{6a}{5x}$$

$$30x=6a$$

$$x=\frac{1}{5}a$$

＜別解＞

ラーナーの独占度$\frac{P-MC}{P}=\frac{1}{5}$より

$$\frac{4}{5}P=MC$$

均衡では MR=MC だから、MR を求めると
需要曲線より

$$x=\frac{6}{5}a-bp$$

$$bp=\frac{6}{5}a-x$$

$$p=\frac{6a}{5b}-\frac{x}{b}$$

$$TR=px=\left(\frac{6a}{5b}-\frac{x}{b}\right)x=\frac{6a}{5b}x-\frac{x^2}{b}$$

$$MR=\frac{dTR}{dx}=\frac{6a}{5b}-2\frac{x}{b}$$

よって$\frac{4}{5}P=MC$に MR＝MC と、P に需要曲線を代入すると

$$\frac{4}{5}\left(\frac{6a}{5b}-\frac{x}{b}\right)=\frac{6a}{5b}-2\frac{x}{b}$$

両辺に b をかけて

$$\frac{4}{5}\left(\frac{6a}{5}-x\right)=\frac{6a}{5}-2x$$

$$\frac{24a}{25}-\frac{4}{5}x=\frac{6a}{5}-2x$$

$$\frac{6}{5}x=\frac{6a}{25}$$

$$x=\frac{1}{5}a$$

【No.34】

個人１と個人２からなる経済において、公共財の需要曲線がそれぞれ

$x=10-p_1$

$x=5-2p_2$

であるとする。ここで、x は公共財の数量、p_1は個人１の公共財に対する限界評価、p_2は個人２の公共財に対する限界評価を表す。公共財が限界費用８で供給されるとき、個人１と個人２の費用負担率の組み合わせとして正しいのはどれか。

	個人１	個人２
１．	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$
２．	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$
３．	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
４．	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$
５．	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

正答　２

リンダール均衡の問題です。
公共財の需要曲線は両者の需要曲線の垂直和を取ったものですね。つまり市場全体の評価額をｐとすると $p = p_1 + p_2$ となります。

個人１の需要曲線より
$x = 10 - p_1$
$p_1 = 10 - x$
個人２の需要曲線より
$x = 5 - 2p_2$
$p_2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x$
よって市場の需要曲線（評価額）Ｐは
$p = p_1 + p_2 = (10 - x) + \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{3}{2}x + \frac{25}{2}$
ここで、限界費用が８であることより、公共財の供給曲線は P=8 で水平になるので、均衡点は
８＝$-\frac{3}{2}x + \frac{25}{2}$ より
$\frac{3}{2}x = \frac{9}{2}$
$x = 3$
このとき個人１の支払額は需要曲線より
$p_1 = 10 - 3 = 7$
個人２は
$p_2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \times 3 = 1$
よって、負担の比率は個人１：個人２＝７：１　なので２が正解となります。
全体が８なので、$\frac{7}{8}$ ： $\frac{1}{8}$　としても同じです。

【No.35】
ある個人が資産100万円を次の二つの案件のいずれかに１年間投資することを考えている。

案件A：利子率は確実で、年率21％である。

案件 B：利子率は不確実で、$\frac{1}{2}$の確率で利子率が年率０％となる一方、$\frac{1}{2}$の確率で利子率が年率ｒ％となる。

この個人の１年後の資産額をｘで表し、その効用関数を$u=\sqrt{x}$とするとき、ｒが少なくともいくらより大きいと見込まれれば、この個人は案件Bに投資しようとするか。
なお、この個人は期待効用仮説に従って行動するものとする。

１．11
２．22
３．33
４．44
５．55

正答　４

A案をとった場合、１年後には利子が付いて121万円になります。
この場合の効用は$u=\sqrt{121}=11$　です。
B案をとった場合、
１年後には所得は100万か、（１＋ｒ）×100万円です。
この場合この人の期待効用は$u=\frac{1}{2}\sqrt{100}+\frac{1}{2}\sqrt{(1+r)100}$　となります。
この個人が投資を行うのはB案の期待効用の方が高いケースですので
$\frac{1}{2}\sqrt{100}+\frac{1}{2}\sqrt{(1+r)100}>11$　を満たす必要があります。
これを計算すると

$$\frac{1}{2}\times10+\frac{1}{2}\sqrt{(1+r)100}>11$$
$$10+\sqrt{(1+r)100}>22$$
$$\sqrt{(1+r)100}>12$$

両辺を２乗して

$(1+r)100 > 144$

$1+r > 1.44$

$r > 0.44$

44％の利子率より大きくないとだめですね。