【No.31】X財とY財があり、ある合理的な消費者の効用関数が次のように与えられている。
$u = xy + x + y$
ここで、u は効用水準、x、y はそれぞれ X 財と Y 財の消費量を表す。X 財の価格を P_x として、Y 財の価格が８、この消費者の貨幣所得が 120 であるとき、X 財の需要曲線として正しいのはどれか。

１． $x = \dfrac{60}{P_x}$

２． $x = \dfrac{32}{P_x} - \dfrac{1}{4}$

３． $x = \dfrac{32}{P_x} - \dfrac{1}{2}$

４． $x = \dfrac{64}{P_x} - \dfrac{1}{4}$

５． $x = \dfrac{64}{P_x} - \dfrac{1}{2}$

正答　５

効用最大化の問題です。需要曲線を求める問題なのでなじみがない方もいるかもしれませんが、U が最大になるような x を求めるだけです。
予算制約式は　$p_x x + 8y = 120$ より

$y = -\dfrac{p_x}{8}x + 15$　これを効用関数に代入して

$$u = \left(-\frac{p_x}{8}x + 15\right)x + x - \frac{p_x}{8}x - 15$$

$$= -\frac{p_x}{8}x^2 + 15x + x - \frac{p_x}{8}x - 15$$

効用が最大になるように x を決めるはずだから u を x で微分して 0 とおくと

$$\frac{du}{dx} = -\frac{p_x}{4}x + 16 - \frac{p_x}{8} = 0$$

$$\frac{p_x}{4}x = 16 - \frac{p_x}{8}$$

$$x = \frac{64}{p_x} - \frac{1}{2}$$

【No.32】
ある人が、働いて得た収入と非労働所得（その他の所得）の全てを使って X 財を消費している。この人の効用関数は、

$$u = x(24 - L)$$

であるとする。ここで、u は効用水準、 x は X 財の消費量、L は労働供給量を表す。また、X 財の価格は 2、賃金率は 10、非労働所得は 100 であるとする。このとき、X 財の購入に消費税が賦課されない場合と、5%の消費税が賦課される場合とを比較する。この人が効用を最大化するときの労働供給量に関する次の記述のうち、妥当なのはどれか。

１．労働供給量は、消費税が賦課されない場合も、５％の消費税が賦課される場合も、同じく 6 となる。
２．労働供給量は、消費税が賦課されない場合も、５％の消費税が賦課される場合も、同じく 6 となる。
３．労働供給量は、消費税が賦課されない場合は 6 であるのに対して、５％の消費税が賦課される場合は 7 となる。
４．労働供給量は、消費税が賦課されない場合は 6 であるのに対して、５％の消費税が賦課される場合は 7 となる。
５．労働供給量は、消費税が賦課されない場合は 7 であるのに対して、５％の消費税が賦課される場合は 6 となる。

正答　２
これも効用最大化問題を解きます。道筋としては人は効用 u が最大になるように L を決めるわけですから、u を L で微分して 0 とおけばよいわけです。
じゃあ、x はどうなるか？ということですが、L が決まれば x も決まります。わかりますか？
労働時間が決まれば、所得額が決まり、自ずと購入可能な X 財の量も決まるからです。
ですから、 x は L の式で表すことができます。
まず賃金率が 10、で非労働所得が 100 であることから、この人の利用可能なお金は
10L＋100 となります。
消費税が賦課されない場合、 x 財の価格は 2 ですので購入可能な x 財の量は

$$x = \frac{10L + 100}{2} = 5L + 50$$ となります。これを効用関数に代入して

$$u = (5L + 50)(24 - L) = 120L - 5L^2 + 1200 - 50L$$

$$= -5L^2 + 70L + 1200$$

$$\frac{du}{dL} = -10L + 70 = 0$$

$$L = 7$$

消費税が賦課されない場合は労働供給は７です。

では、消費税が賦課された場合です。
この場合、x 財価格が２から５％上昇して 2.1 になります。
よって購入可能な x 財の量は

$x = \dfrac{10L + 100}{2.1}$　です。

これを効用関数に代入して

$u = \dfrac{10L + 100}{2.1}(24 - L)$　です。

さっきと同じようにこれを展開して u を L で微分して０とおけばよいわけですが、ちょっと工夫してみましょう。（工夫したくない人はそのまま展開して微分して０とおいてください）

$u = \dfrac{10L + 100}{2.1}(24 - L)$を

$u = \dfrac{2}{2.1}(5L + 50)(24 - L)$　と変形してみると、

最初の$\dfrac{2}{2.1}$以外は、先ほどのものと同じ事がわかります。微分して０とおく時に$\dfrac{2}{2.1}$はあってもなくても計算結果に関係ありませんから、結局この場合の最適な労働供給量は先ほどと同じ７ということが分かります。
よって２が正解です。

【No.33】ある企業の生産関数が次のように与えられている。

$$x = L^{\frac{2}{3}} K^{\frac{2}{3}}$$

ここで、ｘは生産量、Ｌは労働投入量、Ｋは資本投入量を表す。労働の価格はｗ（＞０）、資本の価格はｒ（＞０）であり、また生産物価格はｐ（＞０）であるとする。これに関するア～エの記述のうち、妥当なもののみをすべて挙げているのはどれか。

ア．労働の限界生産性は逓減している。
イ．生産関数は規模に対して収穫逓増である。
ウ．資本が $\overline{K}$ で固定されている短期の場合において、短期供給関数は、$x = \dfrac{2p\overline{K}}{3w}$ である。
エ．資本が $\overline{K}$ で固定されている短期の場合において、操業停止点では、$r\overline{K}$ の損失が発生している。

１．ア、イ
２．ウ、エ
３．ア、イ、ウ
４．ア、イ、エ
５．イ、ウ、エ

正答　４

ア．これは一目見ただけでわかります。L についている指数が 1 よりも小さいからです。この場合は限界生産性 MPL つまり $\dfrac{\Delta x}{\Delta L}$ は小さくなっていきます。
計算で考えて見ると・・・・
労働の限界生産性 MPL は生産関数を L で微分すればよいので

$$MPL = \frac{2}{3} L^{-\frac{1}{3}} K^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \frac{K^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{1}{3}}}$$

となります。L が大きくなるに従って MPL が小さくなるのが分かりますね。(分母が大きくなるからです)。
イ．これも一目見れば分かります。コブダグラス型のこの関数の場合指数の合計が 1 よりも大きければ規模に対して収穫逓増です。
これも、計算してみると分かりますが $x = L^{\frac{2}{3}} K^{\frac{2}{3}}$ において L と K をそれぞれ n ばいし

たものを z とします。$z=(nL)^{\frac{2}{3}}(nK)^{\frac{2}{3}}=n^{\frac{2}{3}}L^{\frac{2}{3}}n^{\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}=n^{\frac{4}{3}}L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}$ となります。

つまり $z=n^{\frac{4}{3}}L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}$ です。ここで $x=L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}$ ですから、

$z=n^{\frac{4}{3}}x$　ということです。L と K を n 倍すると生産量は n 倍よりも大きくなることが確認できます。従って規模に対して収穫逓増です。

ウ．短期供給関数は限界費用曲線ですから、この場合の限界費用を求めます。
限界費用は総費用 TC の傾きですからまず、TC を求めてからその傾き MC を求めることになります。
$TC=wL+r\overline{K}$　にいろんなものを代入すれば求められます。具体的な方向性としては TC 曲線は総費用と生産量 x の関係ですから、右辺の何かを x で置き換える必要があります。

$x=L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{2}{3}}$　より、両辺を 3 乗すると

$$x^3=L^2K^2$$

$$L^2=\frac{x^3}{K^2}$$

$$L=\frac{x^{\frac{3}{2}}}{K}$$

これを TC に代入すると

$TC=w\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{K}+rK=\dfrac{w}{K}x^{\frac{3}{2}}+rK$　これが TC 関数です。この傾きが MC なので微分すると

$MC=\dfrac{\Delta TC}{\Delta x}=\dfrac{3w}{2K}x^{\frac{1}{2}}$　企業は MC＝MR（価格）の等しいところで生産量 x を決めるので

$\dfrac{3w}{2K}x^{\frac{1}{2}}=p$　となるところで x が決まるので、これを x について解くと

$$x^{\frac{1}{2}}=\frac{2pK}{3w}$$

$$x=\frac{4p^2K^2}{9w^2}$$

となります。ですから、ウはだめですね。

エ．操業停止点では、企業は収入で労働コストは支払えるが、固定費用は全く支払えない

という状況になります。それ以上価格が下がると、労働コストも払いきれなくなります。したがって、操業停止点では$r\overline{K}$つまり資本コストと同等の赤字が発生することになります。

計算するとどうなるでしょうか？

$$AVC = \frac{TC - rK}{x} = \frac{\frac{w}{K}x^{\frac{3}{2}}}{x} = \frac{w}{K}x^{\frac{1}{2}}$$ です。

この AVC なのですが、w、K が定数だとするとｘの増加に従って AVC は増えていきます。つまり、よく見る U の字型をしていないのです。つまり、良くやるように、AVC を求めて微分して０と置くという方法では操業停止点を求めることはできません。

ｘが増えるに従って AVC が増えるので、AVC が最小となるのはｘ＝０の時です。

このとき、ｘ＝０で MC も０になりますから、MC と AVC はｘ＝０で交わることが分かります。よって操業停止点はｘ＝０

生産が０ならば収入は０ですね。費用は$TC = \frac{w}{K}x^{\frac{3}{2}} + rK$よりｘ＝０ならば TC＝ｒK です。

ｒK の損失が出ていることになります。

よって、ア、イ、エが正しいです。

【No.34】ある財に対する需要曲線が Q=－0.5P＋16　（Q：需要量、P:価格）であり、この財が独占企業によって供給されている。また、この独占企業の平均費用が

AC＝X＋２　（AC：平均費用、X：生産量）

である。このとき、この企業が利潤最大化行動を取る場合の利潤の大きさは、売上高を最大にする場合の利潤の大きさと比べ、どれだけ大きくなるか。

１．21
２．27
３．48
４．69
５．75

正答　２

まず、この企業の売上高TRを求めてみましょう。

Q=－0.5P＋16　より

0.5P＝－Q＋16

P=－２Q＋32

TR=P×Q＝（－2Q＋32）×Q=$-2Q^2+32Q$

となります。

次に費用TCですが

TC=AC×X　ですから

AC＝X＋２　より

TC=（X＋２）X=x^2+2x

よってこの企業の利潤πは（均衡ではX＝Qより、文字をQに統一して表すと）

$$\pi=-2Q^2+32Q-Q^2-2Q=-3Q^2+30Q$$

利潤最大となるQはπをQで微分して0と置けばよいので

$$\frac{d\pi}{dQ}=-6Q+30=0$$

$$Q=5$$

このときの利潤は、利潤関数に代入して

$$\pi=-3\times5^2+30\times5=-75+150=75$$

売上高が最大になるときの生産量はTRを微分して0と置けば求まります。

$$\frac{dTR}{dQ}=-4Q+32=0$$

$$Q=8$$

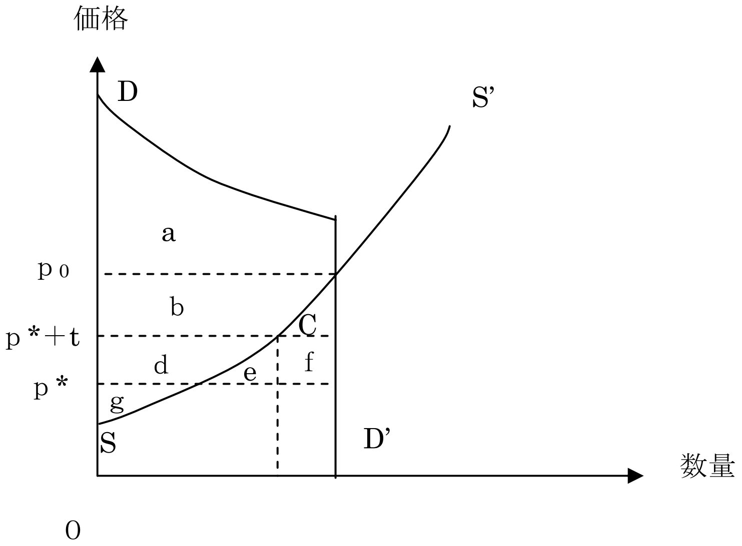
このときの利潤は利潤関数に代入して

$$\pi=-3\times8^2+30\times8=-192+240=48$$

よって利潤の差は75－48＝27

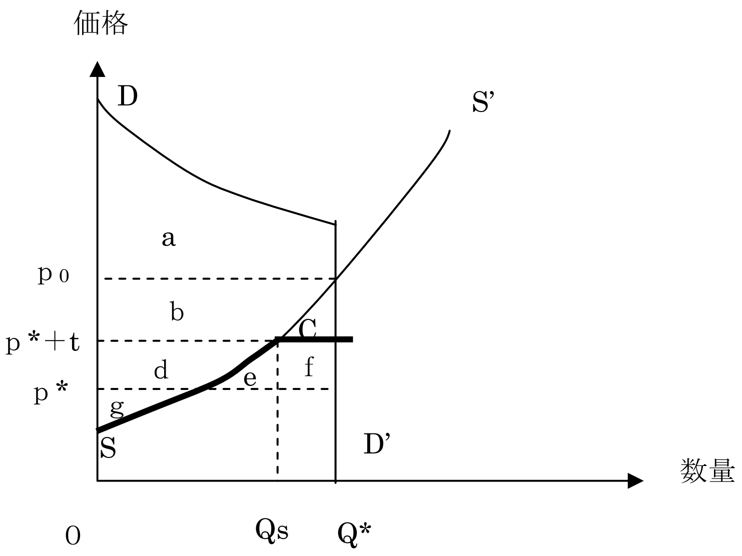
【No. 35】

小国におけるX財の需要曲線（DD'）と供給曲線（SS'）が図のように表され、X財の国際価格がP*で与えられている。この国は当初、X財の輸入を禁止しており、そのときの価格はP_0であった。いま、この国はX財の輸入を解禁するとともに、１単位あたりtの関税を課すことにした。このときの消費者余剰、関税収入の組み合わせとして正しいのはどれか。



	消費者余剰	生産者余剰	関税収入
１．	a＋b＋ c	g	d ＋e＋f
２．	a＋b＋ c	g	e＋ f
３．	a＋b＋ c	d ＋ g	f
４．	a＋ b	d ＋ g	e＋ f
５．	a＋ b	d ＋ g	f

正答　３



上の図で、太線が国内生産と輸入を合わせた供給曲線を示し、Q*－Qs が輸入量となります。従って、関税は f の部分になります。また生産者余剰は価格が p*＋t で、供給が Qs なので d ＋ g となり、消費者余剰は価格が p*＋t なので a＋ b ＋c となります。