

【No.31】財1、財2の二つの財が存在する完全競争市場を考える。財1の価格は2、財2の価格は3である。合理的な消費者は以下の効用関数を持ち、効用水準を最大化するものとする。また、所得水準は180である。

$$u = x_1 x_2 \quad (u: \text{効用水準}, x_1: \text{財1の消費量}, x_2: \text{財2の消費量})$$

このとき、政府が財1に1単位当たり4だけの間接税を課した時の効用水準を u_A とする。それに対して、間接税を課す代わりに、間接税で得られる税収と同額の税収が得られるように、この消費者に一定額の直接税を課した場合の効用水準を u_B とする。このとき u_A と u_B の関係に関する次の記述のうち、妥当なのはどれか。

- 1 u_B は u_A より150だけ大きい。
- 2 u_B は u_A より100だけ大きい。
- 3 u_B は u_A より100だけ小さい。
- 4 u_B は u_A より150だけ小さい。
- 5 u_B は u_A と等しい。

正答1

効用関数がコブ・ダグラス型なので公式で考えます。効用関数より、この消費者は所得180を財1、財2に対して同額の支出をすることがわかります。つまり、90ずつです。

課税後の財1の価格は $2+4=6$ となるので、財1の消費量は $90 \div 6=15$ 、財2の消費量は $90 \div 3=30$ となります。したがって、効用水準は $u_A=15 \times 30=450$ です。

つぎに、直接税の場合を考えます。間接税の場合の税収は、 $4 \times 15=60$ です。これを直接税として消費者から徴収するわけですから、消費者の可処分所得は $180-60=120$ となります。この消費者は、この可処分所得は60ずつ財1と財2に支出するので、財1の消費量は $60 \div 2=30$ 、財2の消費量は $60 \div 3=20$ となります。したがってこの時の効用水準 $u_B=30 \times 20=600$ となります。

以上より u_B の方が150大きいことがわかります。

【No.32】財1、財2の二つの財を消費する消費者の効用関数が、
 $u = x_1^2 x_2^3$ (u : 効用水準、 x_1 : 財1の消費量、 x_2 : 財2の消費量)
で与えられている。また、この消費者は、財1の価格が p_1 (>0)、財2の価格が p_2 (>0)、所得が I の
下で、効用を最大化しているものとする。このとき、この消費者と同じ効用関数を持つ消費者が 100 人
いた時の市場全体の財1の需要関数として妥当なのはどれか。

ただし、 X_1 は市場全体の需要量であるとする。

1 $X_1 = \frac{40I}{p_1}$

2 $X_1 = \frac{5I}{2p_1}$

3 $X_1 = \frac{I}{p_1}$

4 $X_1 = \frac{2I}{5p_1}$

5 $X_1 = \frac{I}{40p_1}$

正答 1

効用関数がコブ・ダグラス型なので公式で考えます。この消費者は、所得の $\frac{2}{5}$ を財1に支出することがわかるので、 $\frac{2I}{5}$ が支出額となる。あとは、これを財1の価格 p_1 で割れば、需要量 x_1 がわかります。したがって

$x_1 = \frac{2I}{5p_1}$ となる。これがあある消費者の財1に対する需要関数です。

消費者が 100 人いることより市場全体の需要量 X_1 は x_1 を 100 倍すればよいので

$$X_1 = \frac{2I}{5p_1} \times 100$$

$$X_1 = \frac{40I}{p_1}$$

【No.33】 価格を p 、需要量を X としたとき、市場の需要関数が $X=100-p$ で表されているとする。また、生産量を y (>0)、企業の総費用を C としたとき、企業の費用関数が $C=y^2+25$ であるとする。ただし、固定費用はサンク費用ではなく、すべて回収できるものとする。また、市場が完全競争的であり、企業は利潤を最大化しているとする。さらに、どの企業も同じ費用関数を持っている。このとき、各企業の市場への参入や市場からの退出が自由な長期において、市場に存在する企業の数はいくつか。

- 1 10
- 2 12
- 3 15
- 4 18
- 5 20

正答 4

完全競争市場の長期均衡においては各企業は損益分岐点で生産を行います。したがって、まずは損益分岐点を求めます。損益分岐点は平均費用曲線の最下点にあるので、まず平均費用曲線 AC を求めて、その最下点を求めましょう。平均費用曲線は費用関数 C を生産量 y で割れば求められますので

$$AC = \frac{C}{y} = \frac{y^2+25}{y} = y + 25y^{-1}$$

この最下点を求めたいので AC を y で微分して 0 とおくと

$$\frac{dAC}{dy} = 1 - 25y^{-2} = 0$$

$$y^2 = 25$$

$$y=5$$

この時の平均費用 AC は $AC=5+25 \times 5^{-1}=10$

したがって、長期においては、各企業は 5 だけ生産を行い、その時の財の価格は平均費用に等しいことより、10 となります。

つぎに、価格が 10 であるときに需要関数 $X=100-p$ より $X=90$ の需要があります。長期均衡では需給が均衡していることから、供給も 90 あるはずですが、各企業の生産量が 5 ですので、 $90 \div 5 = 18$ の企業があることがわかります。

【No.34】消費者 A と消費者 B の二人の消費者、そして X 財と Y 財の二つの財からなる経済を考える。消費者 A による X 財の消費量は x_A 、Y 財の消費量を y_A 、消費者 B による X 財の消費量を x_B 、Y 財の消費量を y_B とすると、消費者 A、B の効用関数は、それぞれ

$$u_A = 4x_A y_A, \quad u_B = 9x_B y_B$$

である。ただし、 $x_A > 0$ 、 $x_B > 0$ 、 $y_A > 0$ 、 $y_B > 0$ とする。また、X 財の総量が 16、Y 財の総量が 9 であり、それらを二人で配分するものとする。

この経済の効用フロンティア（パレート最適な状態における二人の消費者の効用水準の組み合わせ）を表す式として妥当なのはどれか。

1 $3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 24$

2 $3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 36$

3 $3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 72$

4 $5\sqrt{u_A} + 3\sqrt{u_B} = 24$

5 $5\sqrt{u_A} + 3\sqrt{u_B} = 36$

正答 3

パレート最適な状態では両者の限界代替率が等しいのでまずその条件を使います。

限界代替率はいろいろな求め方がありますが・・・A は次のように求めてみましょう。無差別曲線の傾きをプラスなおしたら限界代替率になるので

$$u_A = 4x_A y_A \text{ より}$$

$$y_A = \frac{u_A}{4x_A}$$

$$y_A = \frac{u_A}{4} x_A^{-1}$$

y_A と x_A で微分すると

$$\frac{dy_A}{dx_A} = -\frac{u_A}{4} x_A^{-2}$$

消費者 A の限界代替率 $\frac{u_A}{4} x_A^{-2}$ が求まります。

また、 $u_A = 4x_A y_A$ より消費者 A の限界代替率は次のようにも示せます。

$$\frac{u_A}{4} x_A^{-2} = \frac{4x_A y_A}{4} x_A^{-2} = \frac{y_A}{x_A}$$

同様に考えて

消費者 B の限界代替率は

$\frac{u_B}{9}x_B^{-2}$ または、 $\frac{y_B}{x_B}$ と示せます。

効用可能性曲線上ではパレート最適が成り立っていますので、両者の限界代替率が等しいことより

$$\frac{u_A}{4}x_A^{-2} = \frac{u_B}{9}x_B^{-2} \quad \dots \textcircled{1}$$

または

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{y_B}{x_B} \text{ が成り立ちます。} \dots \textcircled{2}$$

また問題より、 $x_A + x_B = 16$ です。

①式より

$$9x_B^2u_A = 4x_A^2u_B$$

$$3x_B\sqrt{u_A} = 2x_A\sqrt{u_B}$$

$$x_A + x_B = 16 \text{ より}$$

$$x_B = 16 - x_A$$

$$3(16 - x_A)\sqrt{u_A} = 2x_A\sqrt{u_B}$$

$$3x_A\sqrt{u_A} + 2x_A\sqrt{u_B} = 48\sqrt{u_A}$$

両辺を x_A で割って

$$3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 48\sqrt{u_A} \times x_A^{-1}$$

$u_A = 4x_Ay_A$ より

$$3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 48\sqrt{4x_Ay_A} \times x_A^{-1}$$

$$3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 96x_A^{-\frac{1}{2}}y_A^{\frac{1}{2}}$$

$$3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 96\sqrt{\frac{y_A}{x_A}} \quad \dots \textcircled{3}$$

②式に

$x_B = 16 - x_A$ と $y_B = 9 - y_A$ を代入して

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{9 - y_A}{16 - x_A}$$

$$9x_A - x_Ay_A = 16y_A - x_Ay_A$$

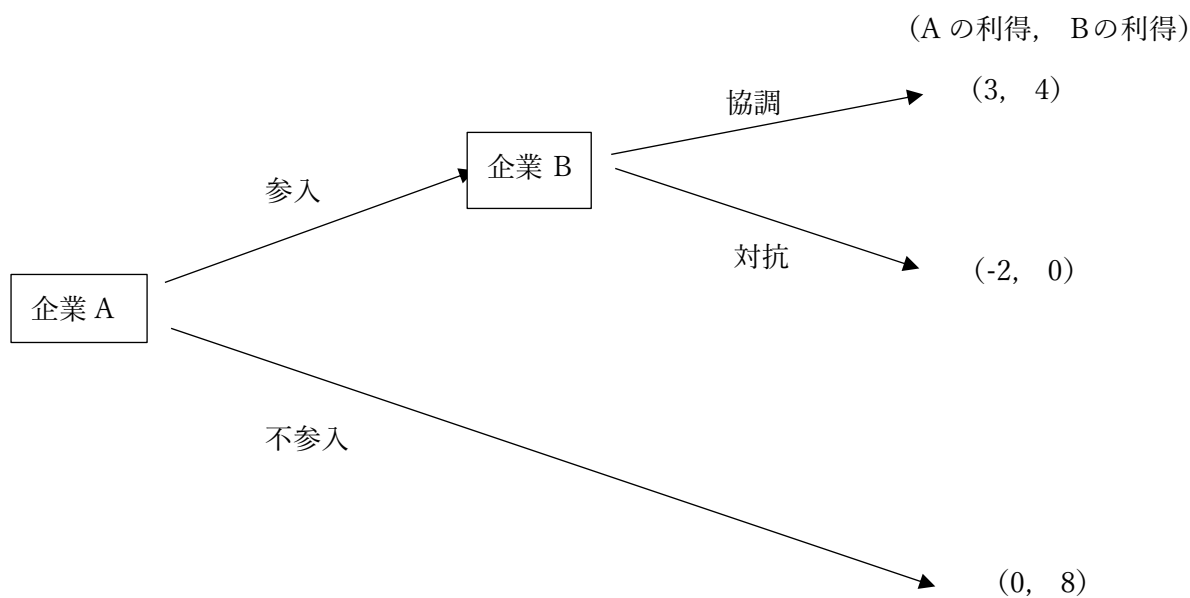
$$9x_A = 16y_A$$

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{9}{16} \text{ これを} \textcircled{3} \text{式に代入して}$$

$$3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 96 \times \frac{3}{4}$$

$$3\sqrt{u_A} + 2\sqrt{u_B} = 72$$

【No.35】 企業 A は、企業 B が独占している市場に新規参入すべきか検討しており、以下のゲーム・ツリーで表される展開型ゲームを考える。A が「不参入」を選べば、A の利得は 0、独占を維持できる B の利得は 8 である。また、A が「参入」を選んだ場合は、B が協調路線をとれば A の利得が 3 で B の利得が 4 になり、B が A に対抗して価格競争を仕掛ければ A の利得が -2 で B の利得が 0 になる。この展開型ゲームについて、戦略型ゲームによるナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を考える。次の記述のうち、妥当なのはどれか。ただし、純粋戦略を考えるものとする。



- 1 戦略型ゲームによるナッシュ均衡は存在しない。部分ゲーム完全均衡は「A は参入、B は協調」のみである。
- 2 戦略型ゲームにおけるナッシュ均衡は「A は参入、B は協調」のみである。部分ゲーム完全均衡は存在しない。
- 3 戦略型ゲームによるナッシュ均衡は「A は参入、B は協調」のみである。部分ゲーム完全均衡は「A は参入、B は協調」のみである。
- 4 戦略型ゲームによるナッシュ均衡は「A は参入、B は協調」のみである。部分ゲーム完全均衡は、「A は不参入、B は対抗」と「A は参入、B は協調」である。
- 5 戦略型ゲームによるナッシュ均衡は「A は不参入、B は対抗」と「A は参入、B は協調」である。部分ゲーム完全均衡は「A は参入、B は協調」のみである。

正答 5

まず、戦略型ゲーム（標準型ゲーム）の利得表を作しましょう。表中の数値は（A の利得、B の利得）です。

		B	
		協調	対抗
A	参入	3, 4	-2, 0
	不参入	0, 8	0, 8

このゲームでは、(参入、協調) と (不参入、対抗) の二つのナッシュ均衡があります。

しかし、展開型ゲームにおいて、選択される戦略は (参入、協調) です。A が参入したら、B は協調せざるを得ず、A の利得は結果的に参入したほうが高くなるからです。

したがって最初の A の選択においては「参入」が最適反応であり、つぎの B の選択においては、「協調」が最適反応となります。したがって、部分ゲーム完全均衡は「A は参入、B は協調」となります。

戦略型ゲームのナッシュ均衡のうち、(不参入、対抗) の戦略の組み合わせは選択されません。いわゆる「カラ脅し」のケースです。B は「対抗する」と言い張っていても A が実際に参入してきたら協調せざるを得ないため、現実には実現しない戦略の組み合わせとなります。したがって正答は 5 です。